УДК 681.3.681.5

В.Г. КОБАК, Д.М. БУДИЛОВСКИЙ

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ПРИБЛИЖЕННЫХ АЛГОРИТМОВ РЕШЕНИЯ МИНИМАКСНОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ ОДНОРОДНЫХ ПРИБОРОВ

В данной работе дана оценка списочным расписаниям для однородных приборов обработки информации. Наилучший списочный алгоритм сравнивается с генетическим алгоритмом, результаты которого близки к оптимальному решению.
Ключевые слова: *теория расписаний, задача планирования, списочные алгоритмы, генетический алгоритм, вычислительный эксперимент, вектор загрузки.*

Введение. Оптимальное планирование параллельного исполнения какой-либо задачи является на сегодняшний день востребованным направлением исследований. Задачи теории расписания встречаются практически в любой научно-технической области, при проектировании и построении сложных технических систем, при массовом обслуживании потребителей, в методах работы вычислительной техники и т.д.

Существуют задачи планирования, которые описываются простой детерминированной моделью с независимыми заданиями и идентичными исполнителями. Для такой модели разработано множество как оптимальных (точных), так и приближенных алгоритмов. Однако при вычислении оптимальных алгоритмов применение приближенных алгоритмов связано с большими вычислительными затратами.

Постановка задачи. Описывается детерминированная модель. Непрерывный поток независимых заданий $S = \{s_1, s_2 ... s_m\}$ поступает в некоторый момент времени на выполнение набора идентичных приборов (процессоров) $P = \{P_1, P_2 ... P_n\}$. Каждое задание $S_i \in S$ характеризуется длительностью выполнения t_i ($t_i > 0$ и t_i, - целое число) на любом из приборов. Необходимо построить расписание минимальной длины, обеспечивающее наименьшее время окончания выполнения потока заданий, с учетом того, что все задания должны быть обслужены, и приборы могут выполнять одновременно только одно задание, не прерывая выполнения заданий.

Задача составления оптимального расписания сводится к разбиению множества S на n непересекающихся подмножеств S_j $(j = 1,2..., n)$, а в качестве показателя эффективности расписания выступает минимаксный критерий

$$T_{\max} = \max_{1 \le j \le n} T_j \to \min , \qquad (1)$$

где $T_j = \sum_{i \in S_j} t_i$ - общее время загрузки P_j прибора при условиях:

$$S_k \cap S_l = 0; \;\; k,l = 1,...n; \;\; k \ne l; \;\; \bigcup_{j=1}^{n} S_j = S .$$

С увеличением числа заданий и количества используемых приборов сложность построения оптимальных расписаний обычно возрастает. Поэтому большое значение имеют простые в построении и удобные в реализации приближенные расписания параллельных вычислительных процессов, близкие к оптимальным распределениям с точки зрения обеспечиваемого времени выполнения параллельных программ. [1].

Методы решения. Реализация списочных расписаний основана на применении линейных списков заданий, упорядоченных по убыванию (не возрастанию) приоритетов в соответствии с принятым алгоритмом выбора заданий. При этом списки могут быть как статическими и составляться заранее, так и динамическими, обновляемыми по мере исполнения заданий и появления новых, готовых к исполнению заданий.

Одним из популярных списочных алгоритмов является метод критического пути (critical path method - CPM). Работа такого алгоритма заключается в последовательном распределении упорядоченных работ по приборам. Прибор для назначения задания выбирается по критерию наименьшей текущей загрузки. На вход алгоритма поступают работы, упорядоченные в порядке убывания весов.

Теоретически была доказана характеристика алгоритма [2]

$$\frac{F_{cpm}}{F_0} \le 4/3 - 1/3n, \tag{2}$$

где n – количество приборов; F_{cpm} – распределение, полученное с помощью алгоритма CPM; F_0 – оптимальное распределение.

В данной работе исследуются системы обработки информации с двух и максимально до пяти приборов. Алгоритм CPM при изменении порядка входных данных (упорядоченно по возрастанию или не сортировано) дает результаты хуже, чем при использовании сортировки по убыванию перед запуском алгоритма.

Списочный алгоритм, описанный в работе [3], отличается от рассматриваемого алгоритма тем, что направление формирования загрузки выбирается по значению загруженности в крайних приборах.

Для сравнения исследуемых алгоритмов был проведен ряд вычислительных экспериментов для 2-4-приборных систем обработки информации, которые являются наиболее распространенными [4]. Для вычислений в данной статье авторами использовалось от двух до пяти приборов. Генерировались случайные векторы загрузки в диапазонах: [25..30]; [20..35]; [15..40]; [10..45]; [5..50]. Каждый из векторов решали двумя алгоритмами. Количество заданий, которые распределялись между приборами, увеличивалось с 100 до 1000 с шагом 100. Для каждого диапазона генерировалось по 100 матриц и вычислялось среднее $\overline{T}_{\max} = \frac{\sum_{i=1}^{100} T_{\max i}}{100}$ по (1)

$$\overline{T}_{\max}^{\,cmp} - \overline{T}_{\max}^{\,наш} = delta.$$

Результаты экспериментов и их обсуждение. Основные результаты вычислительных экспериментов изображены на рис.1-3.

В первой серии экспериментов для двух приборов оба алгоритма дают идентичные результаты, что логически следует из описаний работы алгоритмов.

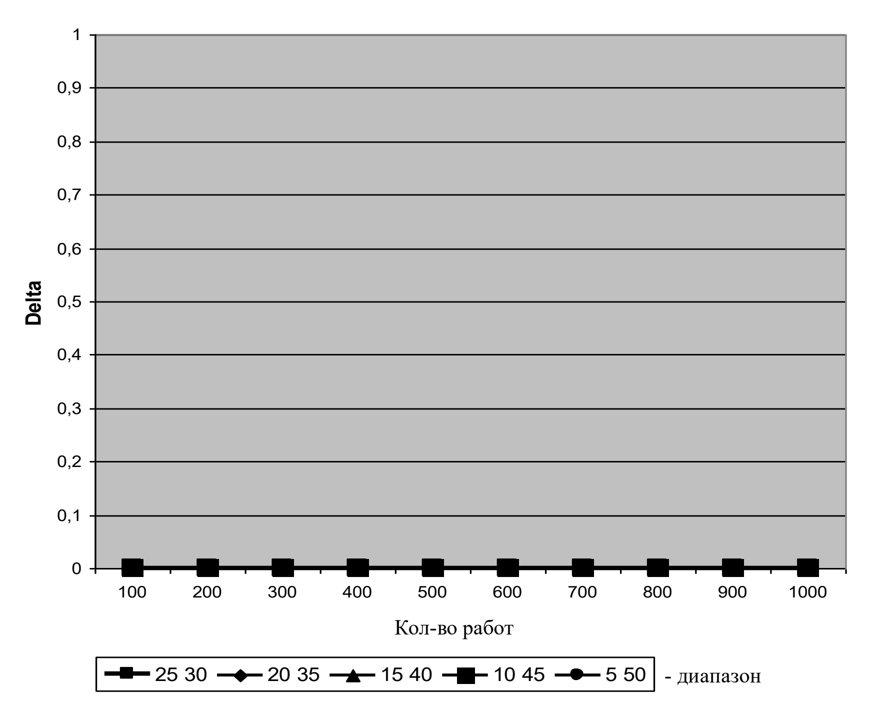


Рис.1. Графические результаты эксперимента 1, количество приборов – два

Для второй серии экспериментов фиксирован диапазон [20..35], число приборов увеличивали с двух до пяти (см.рис.2).

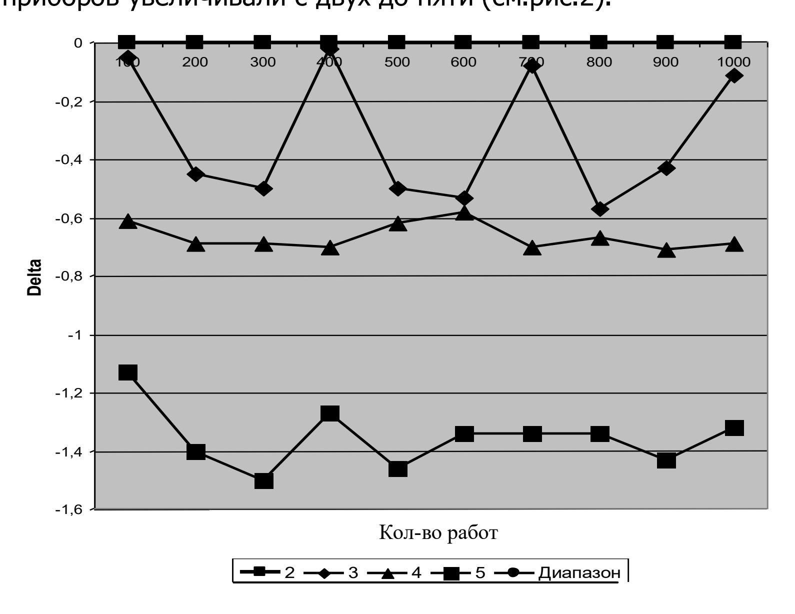


Рис.2. Графические результаты эксперимента 2, количество приборов от двух до пяти

Результаты показывают, что при увеличении количества приборов алгоритм Пашкеева дает худшие результаты, причем с увеличением количества приборов четко просматривается тенденция ухудшения разности между алгоритмами.

Результаты третьей серии экспериментов при фиксированном количестве приборов 4 показали: с увеличением диапазона веса работ растет разрыв между алгоритмами в пользу алгоритма CPM.

Одним из методов приближенного решения такого рода задач является класс генетических алгоритмов (ГА) [5]. Используя данные алгоритмы в задаче минимаксной оптимизации, можно добиться более приемлемых временных затрат на их решение при получении результатов, близких к оптимальным.

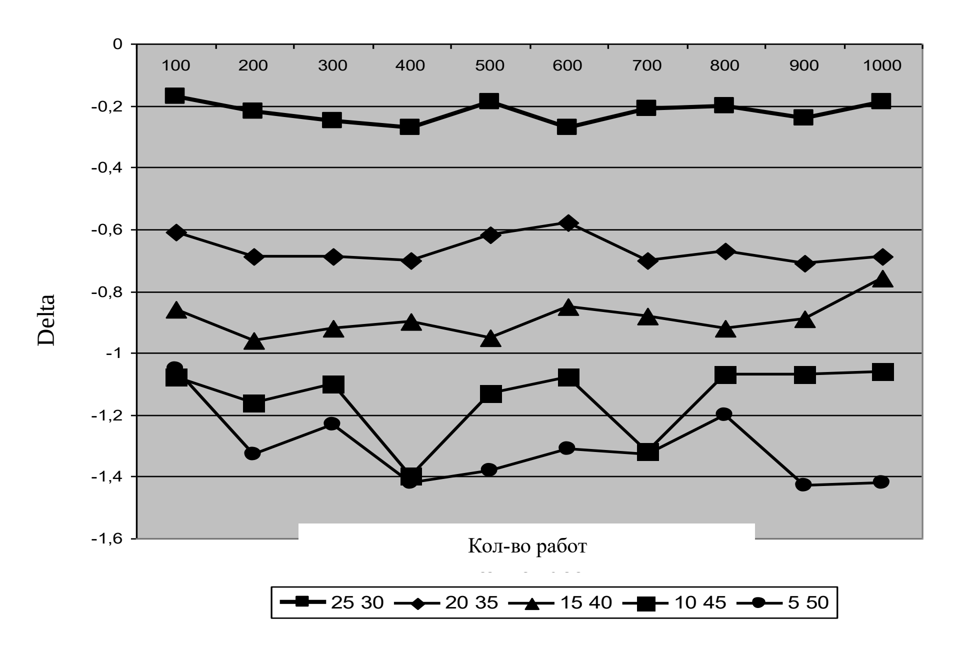


Рис.3. Графические результаты эксперимента N3, количество приборов – 4

Принципы работы генетического алгоритма описаны в работах [5,6] и здесь приводиться не будут. Для возможности применения данного класса алгоритмов к решению поставленной задачи была выбрана наиболее простая разновидность генетического алгоритма – бинарный алгоритм Холланда [5] с турнирным методом отбора и использованием элитизма [7] с одной особью. В качестве гена использовалось 4-байтное целое, которое нормировалось до количества приборов. Количество генов определяли количеством распределяемых работ. Приспособленность особи находили как $T_{\max}$ расписания, которое определяется из особи.

Параметры алгоритма:

- количество хромосом – 50;
- вероятность кроссовера – 90%;
- вероятность мутации – 10%.

Условием останова алгоритма являлось появление в процессе решения более 500 поколений с лучшей одинаковой особью.

Методы испытаний. Для определения сравнительных характеристик лучшего из списочных алгоритмов СРМ и генетического был поставлен вычислительный эксперимент. В эксперименте генерировались случайные векторы загрузки в диапазонах: [25..30]; [15..40]; [5..50]. Каждый вектор решался алгоритмами СРМ и ГА для количества приборов от двух до четырех. Число заданий изменялось от 20 до 50, для каждого числа заданий было сгенерировано по 100 векторов и взято среднее значение. Основные итоги эксперимента представлены на рис. 4-6.

Из эксперимента, в котором фиксирован диапазон [25..30], а число приборов брали от двух до четырех, видно (см.рис.4), что в целом для диапазона [25…30] генетический алгоритм дает лучшие результаты, однако при выполнении кратности числа заданий и приборов результаты становятся сравнимыми.

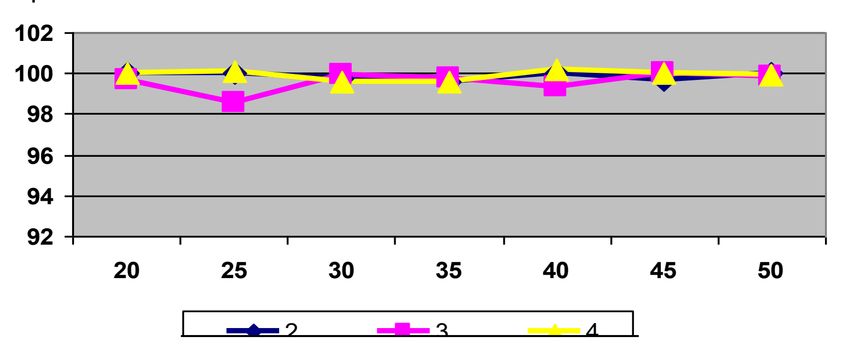


Рис.4. Графические результаты: диапазон [25…30]; количество приборов от двух до четырех

Из рис.5 видно, в целом для диапазона [15…40] генетический алгоритм дает еще лучшие результаты, однако при выполнении кратности числа заданий и приборов результаты также становятся практически одинаковыми.

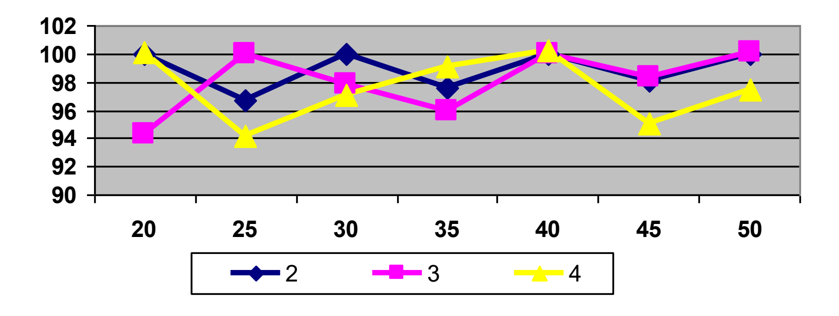


Рис.5. Графические результаты: диапазон [15..40]; количество приборов от двух до четырех

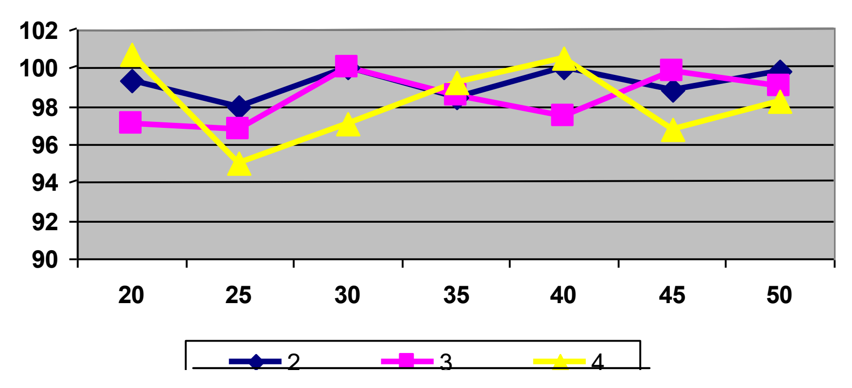


Рис.6. Графические результаты: диапазон [5…50];
количество приборов от двух до четырех

Как видно непосредственно из рис.6, для диапазона [5…50] генетический алгоритм также дает лучшие результаты, однако при выполнении кратности числа заданий и приборов результаты становятся практически одинаковыми.

Выводы.

1. По результатам первого вычислительного эксперимента можно сделать заключение, что из всех списочных алгоритмов наиболее приближенным к оптимальному решению является алгоритм СРМ.
2. Второй вычислительный эксперимент показал, что применение генетического алгоритма (ГА) является оправданным, поскольку он выдает результаты, более близкие к оптимальным результатам, нежели СРМ, а время вычисления намного меньше, чем у точного алгоритма.
3. При выполнении кратности числа заданий приборов результаты, полученные по обоим алгоритмам, практически одинаковы.
4. Генетический алгоритм занял промежуточное место по точности и времени выполнения между точными алгоритмами и наилучшим из списочных алгоритмов, и его применение является оправданным особенно при нарушении условия кратности.

Библиографический список

1. Головкин Б.А. Расчет характеристик и планирование параллельных вычислительных процессов. – М.: Радио и Связь, 1983. – 272 с.
2. Коффман Э.Г. Теория расписания и вычислительные машины. – М.: Наука,1987. – 335 с.
3. Пашкеев С.Д, Минязов Р.И., Могилевский В.Д. Машинные методы оптимизации в технике связи. – М.: Связь, 1976. – 272 с.
4. Ларионов А.М.,Майоров С.А.,Новиков Г.И. Вычислительные комплексы, системы и сети. –Л.: Энергоатомиздат, 1987. – 287 с.
5. Holland J. H. Adaptation in Natural and Artificial Systems. The University of Michigan Press, Ann Arbor. – Michigan, 1975. – 183 p.
6. Goldberg D. E. Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning. – Addison-Wesley, 1989. – 432 p.
7. Mitchell M. An introduction to Genetic Algorithm. MIT Press, 1996. – 224 p.

Материал поступил в редакцию 27.09.06.

V.G. KOBAK, D.M. BUDILOVSKIY

THE COMPARATIVE ANALYSIS OF THE APPROACHED ALGORITHMS OF THE DECISION OF THE MINIMAX PROBLEM FOR HOMOGENEOUS DEVICES

In given work is given benchmark analysis drawn near algorithm of the decision for popular problem of the theories of the timetables at condition of homogeneity instrument information handling.

КОБАК Валерий Григорьевич (р.1961), докторант ДГТУ, кандидат технических наук (2002). Закончил НПИ (1983).
Научные интересы: методы решения экстремальных задач в однородных вычислительных системах.
Автор более 40 научных работ.

БУДИЛОВСКИЙ Дмитрий Михайлович (р. 1982), аспирант ДГТУ. Окончил ДГТУ (2004).
Научные интересы: разработка приближенных и точных алгоритмов для решения минимаксной задачи в однородных вычислительных системах.
Автор 3 научных работ.